

TABLE DES MATIERES

<u>1) INDUCTION ET EXCITATION</u>	page 2
<u>2) CIRCULATION DU VECTEUR EXCITATION</u>	page 3
<u>3) FLUX MAGNETIQUE</u>	page 3
<u>4) DEFINITION DE L'INDUCTANCE</u>	page 4
<u>5) MATERIAU FERROMAGNETIQUE (HYSTERESIS ET SATURATION)</u>	page 4
<u>6) ENTREFER (CIRCUIT LINEAIRE)</u>	page 5
<u>7) FEM INDUITE</u>	page 6
<u>8) THEOREME DE BOUCHEROT</u>	page 7
<u>9) FEM AUTO-INDUITE</u>	page 8
<u>10) PUISSANCE ET ENRGIE</u>	page 8
<u>11) PERTES DANS UNE BOBINE</u>	page 8
<u>12) FORCE MOTRICE</u>	page 9
<u>13) AUTRE CAS</u>	page 9

1) INDUCTION B

H = Excitation magnétique en A/m.

\vec{B} = champs magnétique = champs d'induction $\vec{B} = \mu \times \vec{H}$ en Tesla (T)

Remarque : 1 GAUSS (Gs) = 10^{-4} Tesla

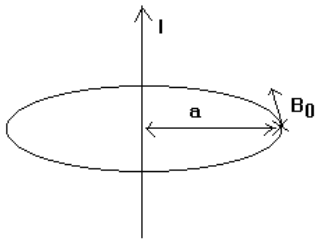
μ = perméabilité absolue = $\mu_0 \times \mu_r$

μ_0 = perméabilité de l'air = $4 \times \pi \times 10^{-7}$ Henry/m

μ_r = perméabilité relative (sans unité)

$800 < \mu_r < 4000$

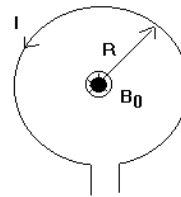
Conducteur rectiligne



$$B_0 = \frac{2 \times 10^{-7} \times I}{a} = \frac{\mu_0 \times I}{2 \times \pi \times a}$$

$$H = \frac{I}{2 \times \pi \times a}$$

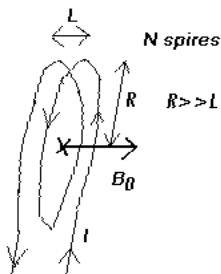
Une spire circulaire



$$B_0 = \frac{2 \times \pi \times 10^{-7} \times I}{R} = \frac{\mu_0 \times I}{2 \times R}$$

$$H = \frac{I}{2 \times R}$$

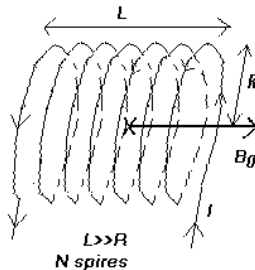
bobine plate de N spires



$$B_0 = \frac{2 \times \pi \times 10^{-7} \times N \times I}{R}$$

$$H = \frac{N \times I}{2 \times R}$$

bobine longue de N spires



$$B_0 = \frac{4 \times \pi \times 10^{-7} \times N \times I}{l} = \frac{\mu_0 \times N \times I}{l}$$

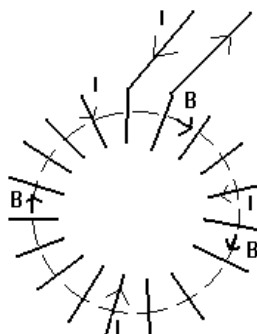
$$B_0 = \mu_0 \times n_l \times I \text{ avec } n_l = \text{nombre de spires par mètre}$$

$$H = \frac{N \times I}{l} \text{ (bobine infiniment longue)}$$

Tore

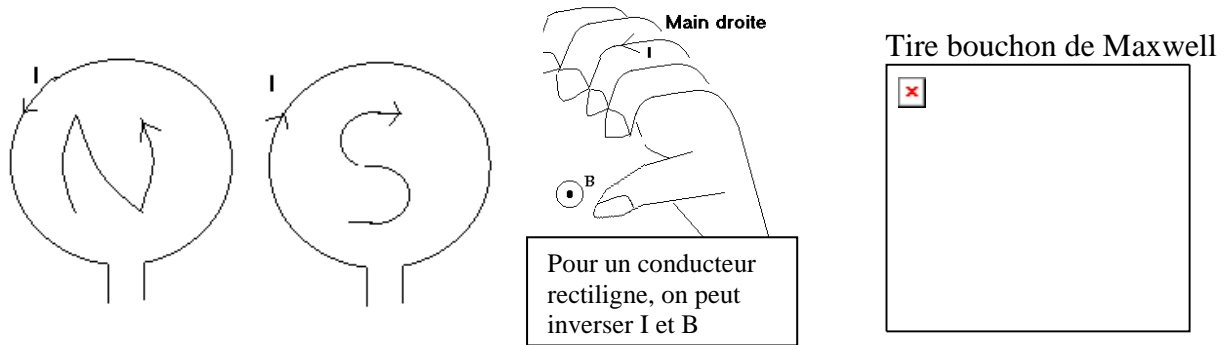
$$B_{moy} = \frac{\mu_0 \times N \times I}{l}$$

$$H = \frac{N \times I}{l}$$



$N \times I =$ Force magnétomotrice en $A \times \text{tours}$

L'induction sort par la **face nord**



2) CIRCULATION DU VECTEUR \vec{H}

Soit τ , un contour orienté fermé.
La circulation du vecteur excitation magnétique

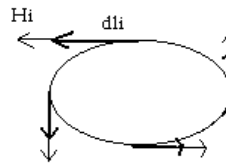
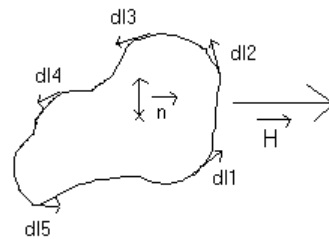
est égale à $\sum_{i=1}^n \vec{H}_i \times \vec{dl}_i$

(produit scalaire en $\cos(\rho) = \cos(\vec{H}_i, \vec{dl}_i)$)

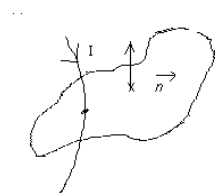
Si τ est une ligne de champs, alors

circulation = $\sum_{i=1}^n H_i \times dl_i$

car \vec{dl}_i est parallèle à \vec{dH}_i



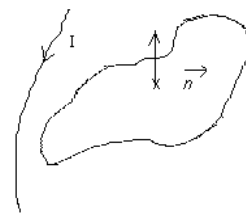
Si τ enlace un conducteur parcouru par un courant :



$\sum_{i=1}^n \vec{H}_i \times \vec{dl}_i = I$



$\sum_{i=1}^n \vec{H}_i \times \vec{dl}_i = -I$



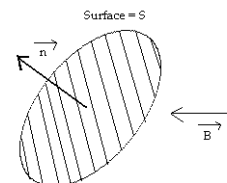
$\sum_{i=1}^n \vec{H}_i \times \vec{dl}_i = 0$

Si N conducteurs, alors $\sum_{i=1}^n \vec{H}_i \times \vec{dl}_i = N \times I$

3) FLUX MAGNETIQUE Φ (SANS HYSTERESIS ET CIRCUIT LINEAIRE)

$\phi = \vec{B} \times \vec{S} = B \times S \times \cos(\vec{B}, \vec{S})$ en Weber (Wb)

Si $\vec{B} \parallel \vec{S}$, alors $\phi = B \times S = \mu \times H \times S \Rightarrow H = \frac{\phi}{\mu \times S}$



** Si bobine longue, alors $H = \frac{N \times I}{l}$ d'où $N \times I = \frac{l}{\mu \times S} \times \Phi$ **Loi d'Hopkinson**
 (Pour une spire)

** Pour N spires,
 $\Phi = N \times B \times S = N \times \mu \times H \times S$
 $\Phi = \text{flux embrassé par la bobine}$ $\Rightarrow H = \frac{\Phi}{N \times \mu \times S}$
 $\Rightarrow H = \frac{N \times I}{l}$ d'où $N \times I = \frac{l}{N \times \mu \times S} \times \Phi = \mathfrak{R} \times \Phi$

On appelle réluctance notée \mathfrak{R} le terme $\frac{l}{N \times \mu \times S}$ en H^{-1}

** Analogie :

Electricité	électromagnétisme
Force électromotrice E en V	Force magnétomotrice $N \times I$ en $A \times \text{tours}$
Intensité I en A	Flux Φ en Wb
Résistance R en Ω	Réluctance \mathfrak{R} en H^{-1}
Admittance γ en Siemens	Perméance \wp
conductivité ρ en $\Omega \times m$	Perméabilité μ en H/m
$U = R \times I$	$N \times I = \mathfrak{R} \times \Phi$

4) DEFINITION DE L'INDUCTANCE

Pour une bobine longue,

pour une spire : $\phi = \vec{B} \times \vec{S} = B \times S = \mu \times H \times S = \mu \times S \times \frac{N \times I}{l}$

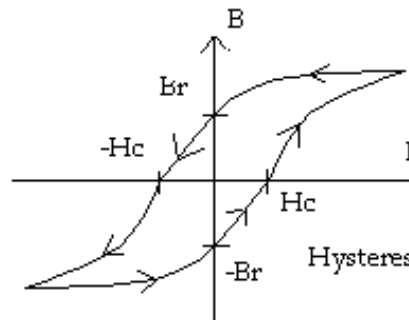
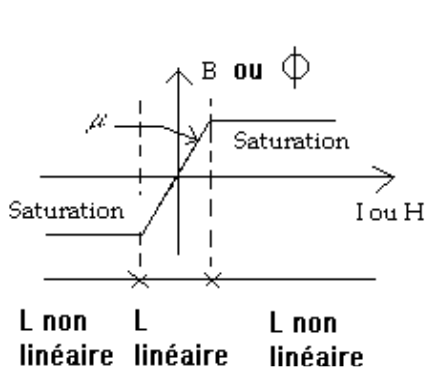
pour N spires : $\Phi = N \times \phi = N \times \vec{B} \times \vec{S} = N \times \mu \times H \times S = N \times \mu \times S \times \frac{N \times I}{l}$

$\Rightarrow \Phi = \frac{N^2 \times \mu \times S}{l} \times I = L \times I$

Remarque : Φ = flux embrassé par la bobine

$L = \frac{N^2 \times \mu \times S}{l}$ = inductance en Henry (H) (sans entrefer) $\Phi = L \times I$

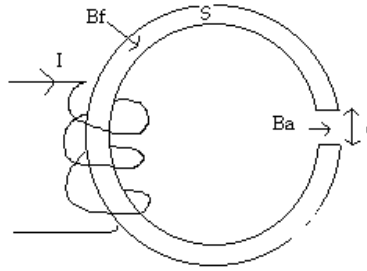
5) MATERIAU FERROMAGNETIQUE (HYSTERESIS ET SATURATION)



H_c = Champs Coercitif
 B_r = Induction rémanente

6) ENTREFER (CIRCUIT LINEAIRE)

$l =$ longueur moyenne de la ligne de champs
 $\Phi =$ constante (pas de fuite)



* Pour une spire : $\phi = B \times S \Rightarrow B = \frac{\phi}{S} = \text{Constante}$ $B_a = B_f = B$

$N \times I = H_f \times (l - e) + H_a \times e \approx H_f \times l + H_a \times e$ car $l \gg e$

Or $H_f = \frac{B}{\mu_0 \times \mu_r}$ et $H_a = \frac{B}{\mu_0}$ donc $N \times I = \frac{B}{\mu_0 \times \mu_r} \times l + \frac{B}{\mu_0} \times e$

$\Rightarrow N \times I = \left(\frac{\phi \times l}{\mu_0 \times \mu_r} + \frac{\phi \times e}{\mu_0} \right) \times \frac{1}{S}$ $\Rightarrow N \times I = \frac{l}{S} \times \left(\frac{1}{\mu_0 \times \mu_r} + \frac{e}{\mu_0 \times l} \right) \times \phi$

Pour N spires, $\Phi = N \times \phi$

$\Rightarrow N \times I = \frac{1}{N} \times \frac{l}{S} \times \left(\frac{1}{\mu_0 \times \mu_r} + \frac{e}{\mu_0 \times l} \right) \times \Phi = \mathfrak{R} \times \Phi$

** Remarque 1 :

$\mathfrak{R} = \frac{l}{S \times \mu_0 \times \mu_r} \times \left(1 + \frac{\mu_r \times e}{l} \right) \times \frac{1}{N}$

** Remarque 2 :

$\Phi = L \times I$ d'où

$\Rightarrow L = N^2 \times \frac{1}{\frac{l}{S} \times \left(\frac{1}{\mu_0 \times \mu_r} + \frac{e}{\mu_0 \times l} \right)}$

** Remarque 3 :

sans entrefer $\mathfrak{R} = \frac{l}{N \times \mu_0 \times \mu_r \times S}$ et $L = \frac{N^2 \times \mu_0 \times \mu_r \times S}{l}$

Avec entrefer :

\mathfrak{R} augmente et L diminue

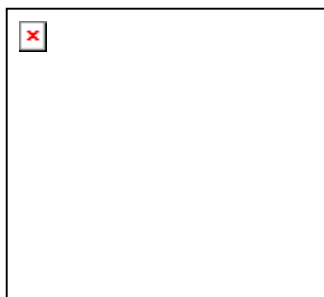
Pour le même courant d'excitation I, Φ diminue ($\Phi = L \times I$ et

$\Phi = \frac{N \times I}{\mathfrak{R}}$)

** Remarque 4 : Influence de l'entrefer

* Sur le flux :

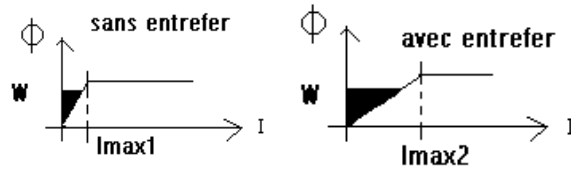
A même courant
Le flux diminue



* Sur l'énergie emmagasinée

$$W = \frac{1}{2} \times \Phi \times I$$

Non saturé si $I < I_{max}$



W avec entrefer >> W sans entrefer

* Sur la saturation

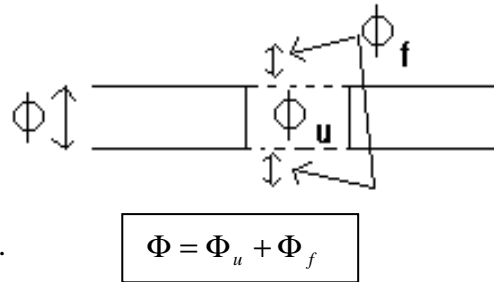
$I_{max2} \gg I_{max1}$ donc on sature moins vite. (application : bobine de lissage)

* Fuite

Du fait de l'entrefer, il peut se créer un épanouissement d'induction autour de celui-ci (l'air est magnétisé en dehors du tube magnétique)

Le flux dans l'entrefer Φ_u est plus faible que le flux dans le circuit magnétique Φ .

La différence est appelée le flux de fuite Φ_f .



On utilise le coefficient d'*Hopkinson* pour chiffrer ce phénomène.

$v =$ coefficient d'Hopkinson $= \frac{\Phi}{\Phi_u} =$ inverse du rendement

7) FEM INDUITE

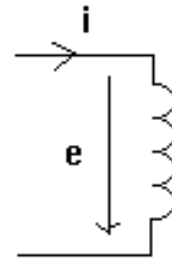
Loi de Lenz : La bobine s'oppose à toute variation de flux.

Elle auto-génère une FEM induite e .

En adoptant la convention générateur,

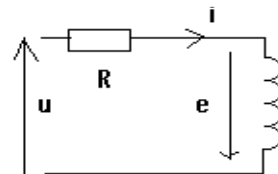
on a la relation suivante pour une bobine de N spires:

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} = -N \times \frac{d\phi}{dt}$$

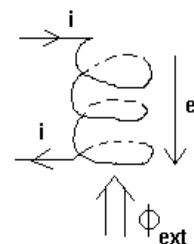


Puisque $\Phi = L \times I$, on obtient $e = -L \times \frac{di}{dt}$

Conséquence 1 : alimentée, elle s'oppose aux variations de courant (retard à la variation de courant)



Conséquence 2 : Non alimentée, elle génère une FEM à ses bornes si le flux d'excitation varie. Le sens de cette FEM est tel que le courant généré par cette dernière donne un flux s'opposant à la variation du flux extérieur.

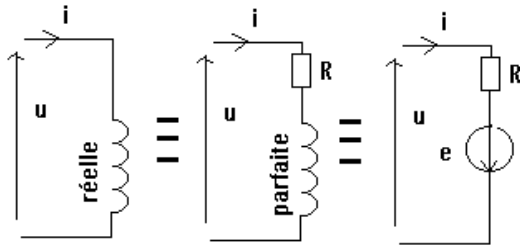


On place la FEM induite e telle que la bobine génère un flux propre de même sens que le flux externe

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

donc si Φ augmente, e est négative (face nord en dessous)
 donc si Φ diminue, e est positive (face nord au dessus)

8) THEOREME DE BOUCHEROT



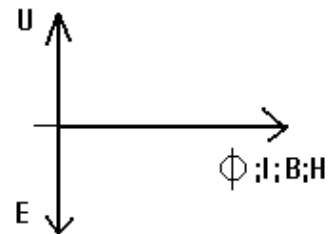
8.1) BOBINE PARFAITE

Si la bobine est parfaite \Rightarrow pas d'hystérésis, pas de saturation, pas de fuite, $R = 0$.
 Si $u(t)$ est sinusoïdale, alors $i(t)$ est sinusoïdal, $h(t)$ est sinusoïdale, $b(t)$ est sinusoïdale,
 $\Phi(t)$ est sinusoïdal donc $e(t)$ est sinusoïdale.

$$\phi = B \times S = \mu \times H \times S = \frac{N \times \mu \times S}{l} \times I \quad \Rightarrow \phi, B, H, \text{ et } I \text{ sont en phase}$$

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -N \times \frac{d\phi}{dt} \quad \text{si } \phi(t) = \phi_{\max} \times \sin(\omega \times t) \text{ alors } e(t) = -N \times \omega \times \phi_{\max} \times \cos(\omega \times t)$$

$\Rightarrow e(t) = +N \times \omega \times \phi_{\max} \times \sin(\omega \times t - \frac{\pi}{2})$
$e(t)$ est en quadrature arrière % à $\phi(t)$
$e(t)$ est en opposition de phase % à u



$$e(t) = E_{\max} \times \sin(\omega \times t - \frac{\pi}{2}) \quad \text{avec } E_{\max} = N \times \omega \times \phi_{\max}$$

$$E = \frac{E_{\max}}{\sqrt{2}} \text{ d'où } E = \frac{N \times \omega \times \phi_{\max}}{\sqrt{2}}$$

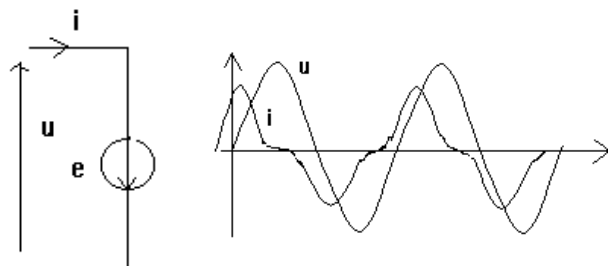
avec $\omega = 2 \times \pi \times f$ et $\phi = B \times S$,

$E = 4,44 \times N \times f \times S \times B_{\max}$
<i>Formule de Boucherot</i>
$E = \text{valeur efficace de la FEM induite}$

on obtient alors :

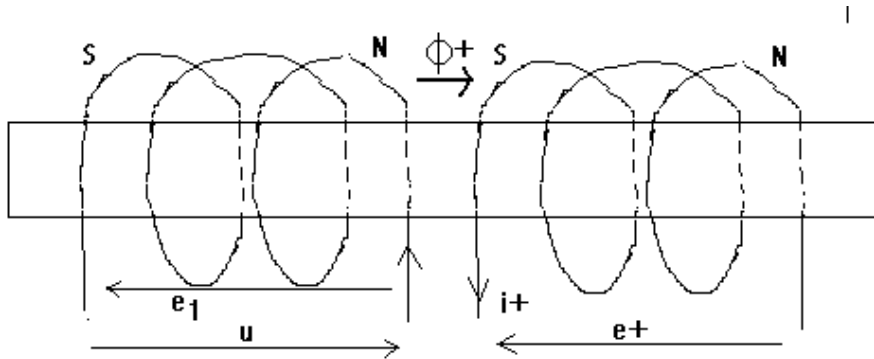
8.2) BOBINE REELLE (CIRCUIT AVEC HYSTERESIS (R = 0))

Si $u(t)$ est sinusoïdale,
 alors $e(t)$ est sinusoïdale,
 $\Phi(t)$ est sinusoïdale et $b(t)$ est sinusoïdale
 Or il existe un hystérésis d'où
 $h(t)$ n'est sinusoïdale et $i(t)$ non plus



9) FEM AUTO-INDUITE

Une bobine (2) dont le flux d'excitation extérieur varie développe une FEM induite e_2 qui s'oppose à la variation du flux extérieur. Si cette bobine est capable de fournir du courant (circuit fermé), elle génère alors un courant i_2 qui permet de générer un flux (flux propre de la bobine (2) qui est de sens opposé au flux inducteur.



$E+$ est la FEM induite qui produit un flux positif par rapport à l'orientation de référence $\phi +$

10) PUISSANCE ET ENRGIE

$$u = R \times i - e = R \times i + L \times \frac{di}{dt} \text{ et } p = u \times i = R \times i^2 + L \times i \times \frac{di}{dt}$$

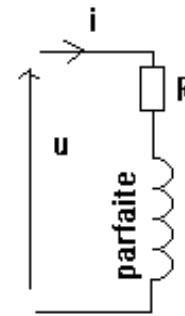
$$p \text{ réactive} = -e \times i = L \times i \times \frac{di}{dt} > 0$$

$$dw \text{ réactive} = p \text{ réactive} \times dt \Rightarrow dw = L \times i \times di$$

pendant dt , i croit de di donc

$$\frac{dw}{di} = L \times i \times \frac{di}{di} = L \times i \Rightarrow w = \int_{i_1}^{i_2} L \times i \times di$$

$$\text{donc } w = \left[\frac{1}{2} \times L \times i^2 \right]_{I_1}^{I_2} = \frac{1}{2} \times L \times (I_2^2 - I_1^2)$$



$$\text{Si } I_1 = 0, \text{ alors } W = \frac{1}{2} \times L \times I^2$$

11) PERTES DANS UNE BOBINE

Elles sont de trois types :

1) Les pertes dues à la résistance du fil (pertes actives : effet joule : $P = R \times I^2$)

2) Les pertes par échauffement du matériau magnétique dues à l'hystérésis :

$$P_H = K_1 \times B_{\max}^2 \times f \times V$$

$V =$ volume du matériau magnétique

3) Les pertes par échauffement du matériau magnétique dues aux courants de Foucault :

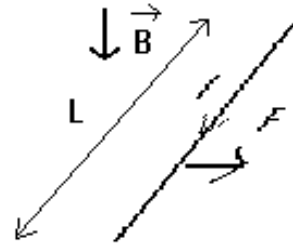
$$P_F = K_2 \times B_{\max}^2 \times f^2 \times V$$

les courants de Foucault sont des courants internes au matériau magnétique et ils sont dus à des variations de flux.

12) FORCE MOTRICE

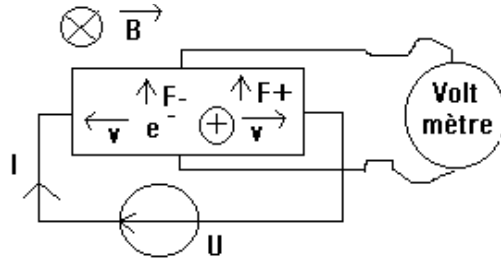
Une force F s'exerce sur un conducteur de longueur L , parcouru par un courant I , et soumis à un champs magnétique B .

$$F = B \times I \times L \times \sin(\vec{B}, I)$$



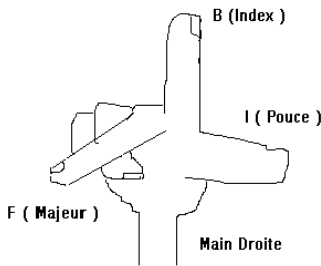
Applications :

- Cadre d'appareil magnétoélectrique
- Moteur à cage d'écureuil
- Effet Hall (barreau de Silicium)

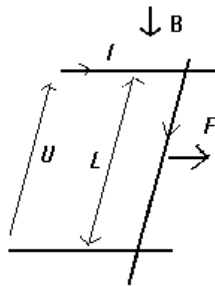


Positionnement de la force :

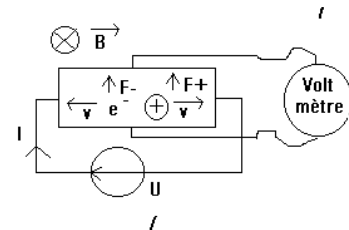
Main droite



Rail de Laplace:



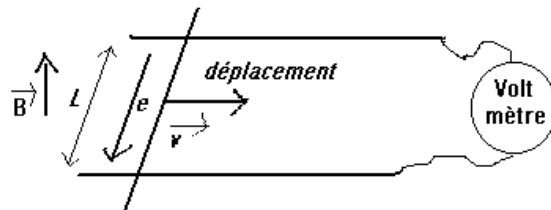
Effet Hall :



13) AUTRE CAS

\vec{v} = vitesse du déplacement

$$|e| = B \times L \times v$$



Le barreau déplacé est générateur de tension

Remarque : $S \downarrow \Rightarrow \varphi \downarrow$ donc φ propre tel que $\varphi \uparrow$

Positionnement de la force :

Main gauche

