

TABLE DES MATIERES

1) Transformateur parfait	2
1.1) Generalites	2
1.2) Règles de positionnement des courants positifs	2
1.3) Schéma equivalent	2
1.4) Rapport de transformation a vide	3
1.5) Impédance ramenée au primaire	3
1.6) Puissance apparente, active et réactive	3
1.7) Formule de Boucherot	4
2) Transformateur réel	4
2.1) Influence des pertes fer et de la réluctance	4
2.2) Mesure des pertes fer et des pertes magnétiques	5
2.3) Influence des fuites magnétiques	5
2.4) Inductances de Boucherot (fuites ramenées au primaire et au secondaire)	6
2.5) Coefficient de dispersion de Blondel ϑ	6
2.6) Coefficient de couplage k	6
2.7) Schéma structurel du transformateur réel	7
2.8) Effet de la mutuelle inductance	7
2.9) Modèle de Kapp	7
2.10) Rendement	8
2.11) Transformateur d'impulsions	8

1) TRANSFORMATEUR PARFAIT

1.1) GENERALITES

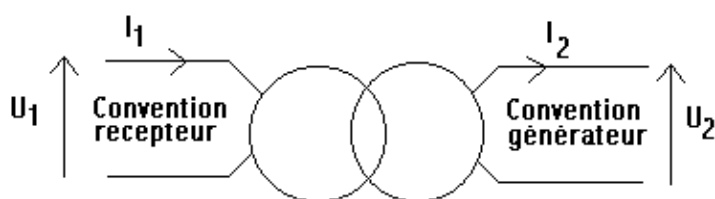
Un transformateur est parfait si

Les fuites magnétiques sont nulles : $\Phi = \text{constante}$ dans tout le circuit magnétique.

Les pertes fer sont nulles : le circuit magnétique ne chauffe pas.

La réluctance du circuit magnétique est nulle : pas de consommation de force électromagnétique par le circuit magnétique (Rappel : $N \times I = \mathfrak{R} \times \Phi$).

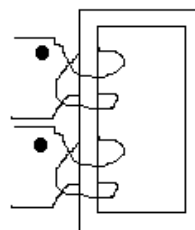
Schéma équivalent :



Remarque : On peut considérer que le transformateur est constitué de deux enroulements formés d'un seul enroulement coupé en deux.

Si le sens des enroulements n'est pas modifié, les bobines réagissent identiquement.

Si le sens des enroulements est inversé, les bobines ont des réactions opposées.

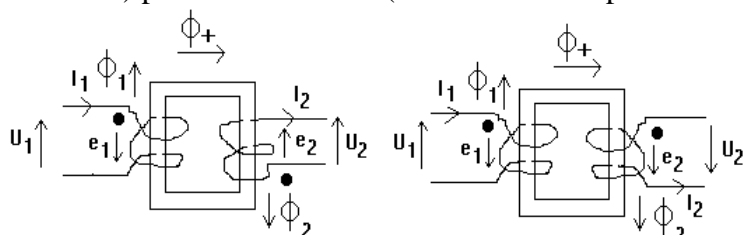


1.2) REGLES DE POSITIONNEMENT DES COURANTS POSITIFS

1) placer un flux ou une induction positive (arbitraire)

2) placer les courants (règle de la main droite ou du tire bouchon de Maxwell)

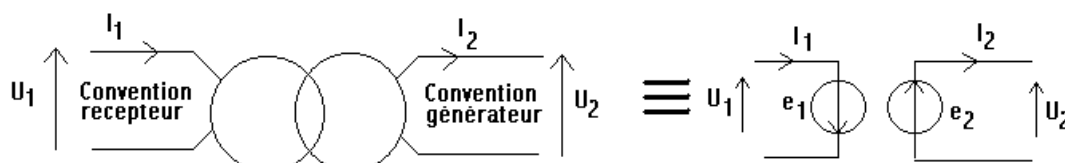
3) placer les tensions (convention récepteur en entrée et générateur en sortie)



Dans les 2 cas, les courants rentrent par les points de repérage d'enroulement

Par principe, les flux s'ajoutent : $N_1 \times I_1 + N_2 \times I_2 = \mathfrak{R}_1 \times \Phi_1 + \mathfrak{R}_2 \times \Phi_2$

1.3) SCHEMA EQUIVALENT



1.4) RAPPORT DE TRANSFORMATION A VIDE

$$u_1 = -e_1 = +N_1 \times \frac{d\phi}{dt}$$

$$u_2 = +e_2 = -N_2 \times \frac{d\phi}{dt}$$

$$\Rightarrow m_v = \frac{e_2}{e_1} = \frac{u_{2v}}{-u_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

m_v = rapport de transformation à vide

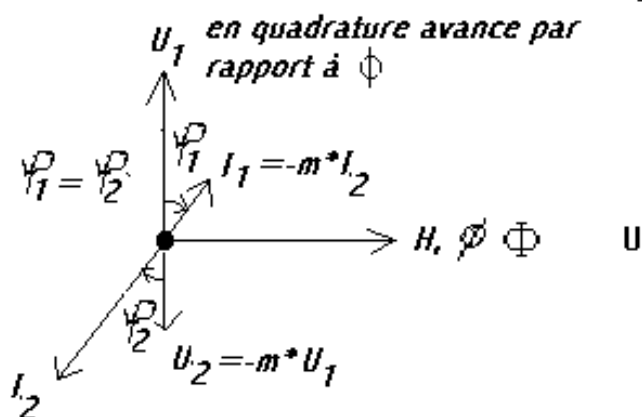
Remarque : $m_v = \frac{u_{2v}}{u_1} = \frac{U_{2v}}{U_1}$ en valeur efficace

Pas de perte $\Rightarrow P_1 = P_2 \Rightarrow U_1 \times I_1 = U_2 \times I_2$

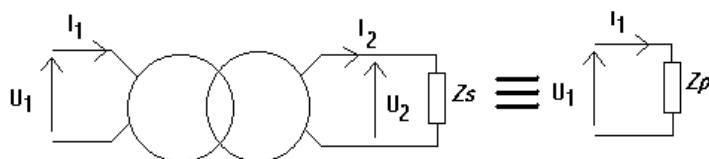
$\Rightarrow m_v = \frac{I_1}{I_2}$ en valeur efficace

Réductance nulle $\Rightarrow N_1 \times i_1 + N_2 \times i_2 = 0$

$\Rightarrow m_v = -\frac{i_1}{i_2}$ en valeur instantanée



1.5) IMPEDANCE RAMENEE AU PRIMAIRE



$U_2 = Z_s \times I_2$

$m_v \times U_1 = Z_s \times \frac{I_1}{m_v}$

$Z_p = \frac{U_1}{I_1} = \frac{Z_s}{m_v^2}$

Z_p = impédance ramenée au primaire

1.6) PUISSANCE APPARENTE, ACTIVE ET REACTIVE

Puissance apparente (Réellement consommée)

$S = U \times I$ en VA

Puissance active (Effet Joule)

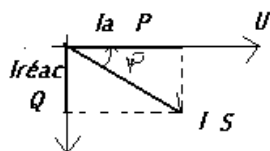
$P = U \times I \times \cos(\varphi)$ en W

Puissance réactive (Effet réactif)

$Q = U \times I \times \sin(\varphi)$ en VAR

Facteur de puissance

$\cos(\varphi)$



$S^2 = P^2 + Q^2$

1.7) FORMULE DE BOUCHEROT

ϕ est sinusoïdal de la forme $\phi = \phi_{\max} \times \sin(\omega \times t)$ (pour une spire)

$$u_1 = -e_1 = +N_1 \times \frac{d\phi}{dt} \Rightarrow u_1 = N_1 \times \omega \times \phi_{\max} \times \cos(\omega \times t) = U_1 \times \sqrt{2} \times \cos(\omega \times t)$$

donc $U_1 = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \times N_1 \times \phi_{\max}$

si $f = 50\text{Hz}$, alors

$$U_1 = 4,44 \times f \times N_1 \times \phi_{\max} \quad (\phi \text{ pour 1 spire})$$

$$U_1 = 4,44 \times f \times N_1 \times S \times B_{\max}$$

Formule de Boucherot

$U_1 =$ valeur efficace

Remarque : L'induction maximale est constante indépendamment de I_2 .
Sa valeur dépend de U_1 .

2) TRANSFORMATEUR REEL

2.1) INFLUENCE DES PERTES FER ET DE LA RELUCTANCE

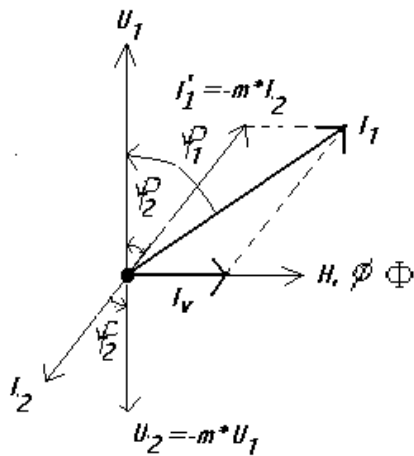
A vide, les pertes fer et la réluctance magnétique font que même si $I_2 = 0$, alors $I_1 \neq 0$.

D'après la définition de la réluctance, à vide, $N_1 \times i_v = \mathfrak{R} \times \Phi$

En charge, $N_1 \times i_1 + N_2 \times i_2 = \mathfrak{R} \times \Phi = N_1 \times i_v$

$$i_1 + \frac{N_2}{N_1} \times i_2 = i_v$$

$$\Rightarrow \vec{i}_1 = \vec{i}_v - m_v \times \vec{i}_2$$



i_v est pratiquement en quadrature arrière

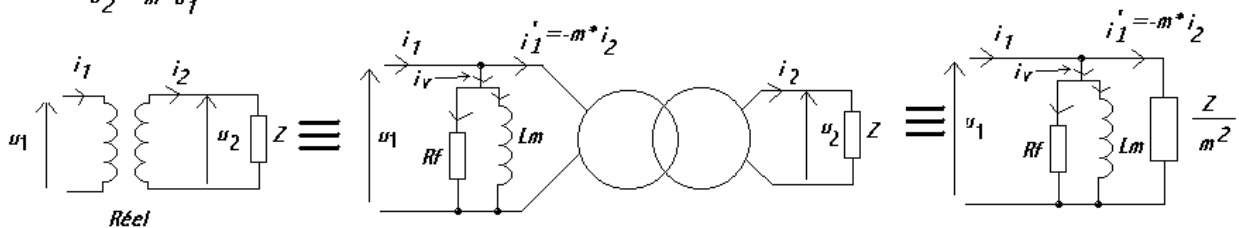
$i'_1 = m \times i_2$ dépend de la charge

Si la charge est résistive, alors

$$I_1 = \sqrt{I_v^2 + (m \times I_2)^2}$$

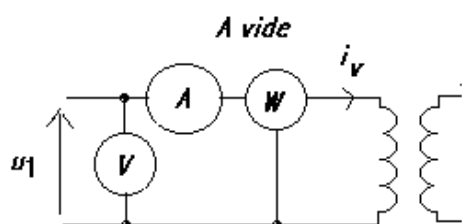
Les pertes fer (effet Joule, échauffement du matériau magnétique) sont symbolisées par une résistance R_f .

Les pertes magnétiques (magnétisation de la bobine) sont symbolisées par une inductance L_m .



2.2) MESURE DES PERTES FER ET DES PERTES MAGNETIQUES

Cette mesure se fait à vide de la façon suivante :



On considère que les pertes dues à l'enroulement du primaire sont négligeables

Mesure de U, I et P.

Le courant I_v comporte deux composantes en quadrature I_a (actif) et $I_{réac}$ (réactif).

$$P = U_1 \times I_v \times \cos(\varphi) \Rightarrow \varphi = \text{Arc cos} \left(\frac{P}{U_1 \times I_v} \right)$$

$$I_a = I_v \times \cos(\varphi) \text{ et } I_{réac} = I_v \times \sin(\varphi)$$

$$R_f = \frac{U_1}{I_a} \text{ et } X_m = \frac{U_1}{I_{réac}} = L_m \times \omega \Rightarrow L_m = \frac{X_m}{2 \times \pi}$$

2.3) INFLUENCE DES FUITES MAGNETIQUES

Soit ϕ_1 , le flux qui traverse une spire de L_1 (produit par L_1)

Soit ϕ_{12} , le flux qui traverse une spire de L_2 (à vide, produit par I_1 dans L_1)

Si $\phi_1 \neq \phi_{12}$, il existe alors des fuites magnétiques.

Le flux de fuite par spire est $\phi_{f1} = \phi_1 - \phi_{12}$

Soit l_1 , l'inductance de fuite au primaire $l_1 \times i_1 = N_1 \times \phi_{f1} = N_1 \times \phi_1 - N_1 \times \phi_{12}$ (1)

Soit M , la mutuelle inductance. Elle est définie telle que $M \times I_1 = \Phi_{12} = N_2 \times \phi_{12}$ (2)

(1) et (2) $\Rightarrow l_1 \times I_1 = L_1 \times I_1 - \frac{N_1 \times M}{N_2} \times I_1$ $l_1 = L_1 - \frac{N_1}{N_2} \times M$ (3)

En alimentant par le secondaire, on obtient

$$M \times I_2 = \Phi_{21} = N_1 \times \phi_{21}$$

$$l_2 = L_2 - \frac{N_2}{N_1} \times M$$
 (4)

(3) et (4) $M = \sqrt{(L_1 - l_1) \times (L_2 - l_2)}$ (5)

M en Henry = mutuelle induction
= coefficient de Boucherot

Remarque : Si le circuit magnétique est sans fuite, alors

$$\phi_{f1} = \phi_{f2} = 0 \text{ car } \phi_1 = \phi_{12} \text{ et } \phi_2 = \phi_{21} \quad \text{donc } l_1 = l_2 = 0$$

donc $M \text{ sans fuite} = M_{\max} = \sqrt{L_1 \times L_2}$

2.4) INDUCTANCES DE BOUCHEROT (FUITES RAMENEES AU PRIMAIRE ET AU SECONDAIRE)

En réalité, l_1 et l_2 n'existent pas. On préfère mettre en place une inductance η_1 qui correspond aux fuites totales ramenées au primaire ou une inductance η_2 qui correspond aux fuites totales ramenées au secondaire.

On suppose que $l_2 = 0$ et que l_1 représente toutes les fuites donc est η_1 .

$$(5) \Rightarrow M^2 = (L_1 - \eta_1) \times L_2 \quad \Rightarrow \eta_1 = L_1 - \frac{M^2}{L_2} \quad (6) \text{ en Henry}$$

fuites totales ramenées au primaire

A l'inverse,

$$\eta_2 = L_2 - \frac{M^2}{L_1} \quad (7) \text{ en Henry}$$

fuites totales ramenées au secondaire

2.5) COEFFICIENT DE DISPERSION DE BLONDEL ϑ

Si le circuit est parfait, $l_1 = l_2 = 0$ $M = M_{\max} = \sqrt{L_1 \times L_2}$

Si le circuit est réel, $M < \sqrt{L_1 \times L_2}$ donc $M^2 < L_1 \times L_2$

L'écart entre $L_1 \times L_2$ et M^2 caractérise les fuites.

Coefficient de dispersion de Blondel = $\vartheta = \frac{L_1 \times L_2 - M^2}{L_1 \times L_2} \quad (8)$

Coefficient sans unité. Circuit parfait $\vartheta = 0$.

On remarque que $\eta_1 = \vartheta \times L_1$ et $\eta_2 = \vartheta \times L_2 \quad (9)$

2.6) COEFFICIENT DE COUPLAGE K

Il est défini tel que $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 \times L_2}} \quad (10) \quad 0 \leq k \leq 1$ **couplage lâche ou serré**

Si le circuit est parfait, le couplage est parfait ($k = 1$) donc $M = M_{\max} = \sqrt{L_1 \times L_2}$

Remarques :

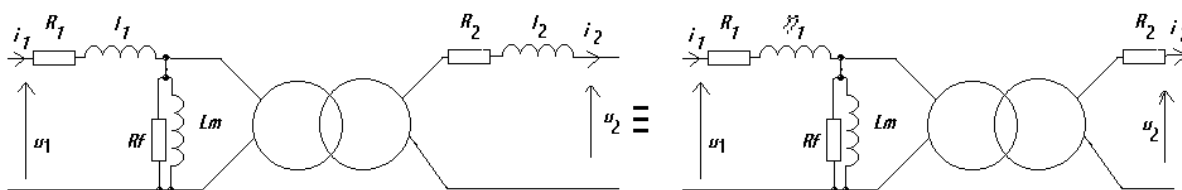
a) On remarque que $M = k \times M_{\max}$

b) (8) et (10) $\Rightarrow \vartheta = \frac{M_{\max}^2 - M^2}{M_{\max}^2} \Rightarrow \vartheta = \frac{M_{\max}^2 \times (1 - k^2)}{M_{\max}^2} \quad \vartheta = 1 - k^2 \quad (11)$

c) Le rapport de transformation peut s'écrire $m = k \times \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \quad (12)$

démonstration au § 2.8

2.7) SCHEMA STRUCTUREL DU TRANSFORMATEUR REEL



2.8) EFFET DE LA MUTUELLE INDUCTANCE

$$\begin{cases} v_1 = L_1 \times \frac{di_1}{dt} + M \times \frac{di_2}{dt} \\ v_2 = L_2 \times \frac{di_2}{dt} + M \times \frac{di_1}{dt} \end{cases} \quad (13)$$

Si le transformateur est à vide,

$$v_2 = M \times \frac{di_1}{dt} = M \times \frac{v_1}{L_1}$$

donc $\frac{v_2}{v_1} = \frac{M}{L_1}$ or $m = \frac{v_2}{v_1}$ donc:

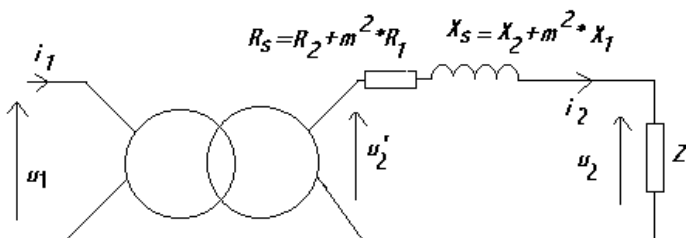
$$M = m \times L_1 \quad (11bis)$$

de plus, $m = \frac{M}{L_1} = \frac{k \times \sqrt{L_1 \times L_2}}{L_1}$

$$\text{donc } m = \frac{M}{L_1} = k \times \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \quad (12)$$

2.9) MODELE DE KAPP

Il permet de déterminer la chute de tension en charge.



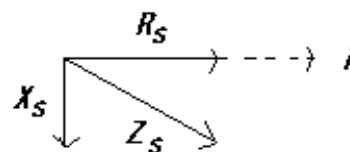
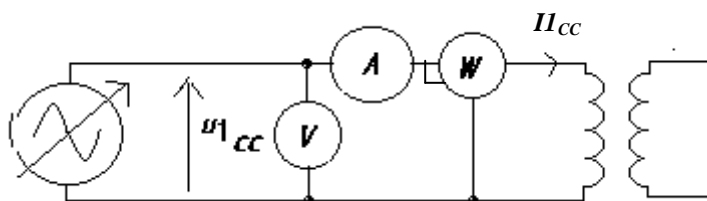
R_s et X_s sont les impédances ramenées au secondaire. La chute de tension ne dépend que d'elles et de la charge.

$$\text{Formule simplifiée : } \Delta v_2 = v_{2v} - v_2 = R_s \times I_2 \times \cos(\varphi_2) + X_s \times I_2 \times \sin(\varphi_2) \quad (14)$$

φ_2 est le déphasage apporté par la charge du transformateur ($= 0$ si $Z = R$).

Pour appliquer la formule, il faut connaître les valeurs de R_s et X_s .

Un mesure en court-circuit (CC) à U_I réduite (5% de U_{IN}) et à courant nominal I_{2N} permet cela. Le schéma de montage des appareils de mesure est le suivant :



D'après les résultats des mesures (P_{1CC} , U_{1CC} et I_{1CC}), on calcule R_s , X_s et Z_s .

$$\begin{aligned}
 P_{1CC} &= R_s \times I_{2CC}^2 & \text{donc} & \quad R_s = \frac{m^2 \times P_{1CC}}{I_{1CC}^2} \\
 Z_s &= \frac{U_{2CC}}{I_{2CC}} = \frac{m \times U_{1CC}}{I_{1CC}} & \text{donc} & \quad Z_s = \frac{m^2 \times U_{1CC}}{I_{1CC}} \quad (15) \\
 Z_s^2 &= R_s^2 + X_s^2 \Rightarrow X_s^2 = Z_s^2 - R_s^2 & \text{donc} & \quad X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2}
 \end{aligned}$$

2.10) RENDEMENT

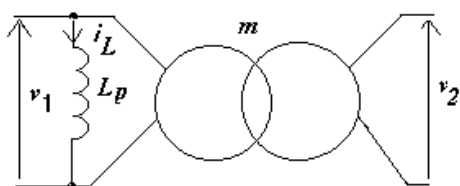
$$\eta = \frac{Pu}{Pa} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{fer} + P_{Cu}} = \frac{U_2 \times I_2 \times \cos(\varphi_2)}{U_2 \times I_2 \times \cos(\varphi_2) + P_{fer} + R_s \times (I_2 \times \cos(\varphi_2))^2}$$

2.11) TRANSFORMATEUR D'IMPULSIONS

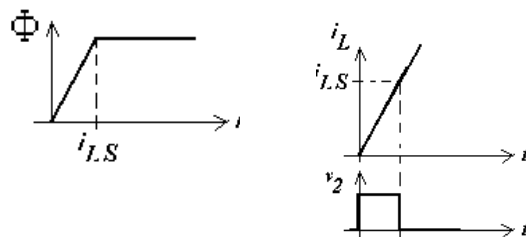
Il est constitué d'un tore de ferrite à deux enroulements.

IL faut éviter tous les phénomènes de saturation magnétique ($I_L < I_{LS}$).

Les constructeurs ne donnent pas I_{LS} (courant de saturation) mais ils donnent $V_0 \times t_0$ mesuré à vide et l'inductance L_p .



$$\begin{aligned}
 v_1(t) &= L_p \times \frac{di_L}{dt} \Rightarrow i_L(t) = \frac{1}{L_p} \int v_1(t) \times dt \\
 \text{or } v_1(t) &= cste = V_1 \Rightarrow i_L(t) = V_1 \times t
 \end{aligned}$$



Si $i_L(t) < i_{LS}$ alors Φ varie donc $\exists V_2$.

Si $i_L(t) \geq i_{LS}$ alors Φ ne varie pas donc $V_2 = 0$.

$V_0 \times t_0$ représente la surface maximale d'une impulsion d'entrée de valeur V_0 et de temps t_0 .

$$V_0 \times t_0 = \int_0^\infty V_0 \times dt = \int_0^\infty L_p \times \frac{di_L}{dt} \times dt = L_p \times I_{LS} \quad \Rightarrow I_{LS} = \frac{V_0 \times t_0}{L_p}$$